

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 21.03.2025

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

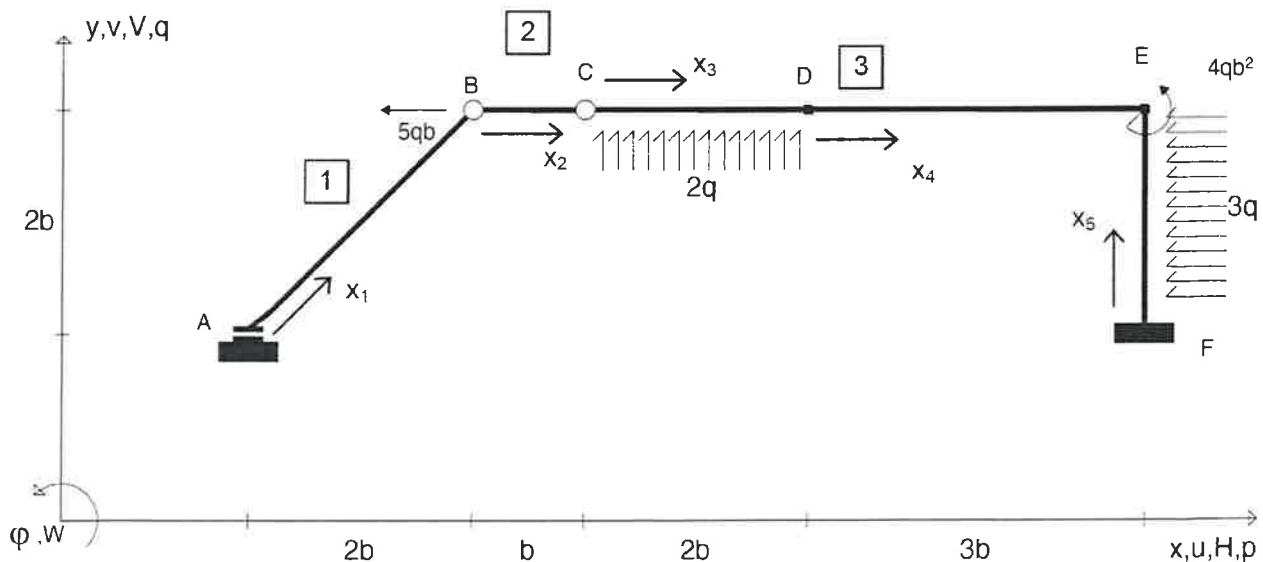
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 21.03.25*001



Equazioni ausiliarie

$$\begin{cases} M_{z(B)}^{(1)} = 0 & \text{oppure } M_{z(B)}^{(2+3)} = 0 \\ M_{z(C)}^{(1+2)} = 0 & \text{oppure } M_{z(C)}^{(3)} = 0 \end{cases}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto D , v_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

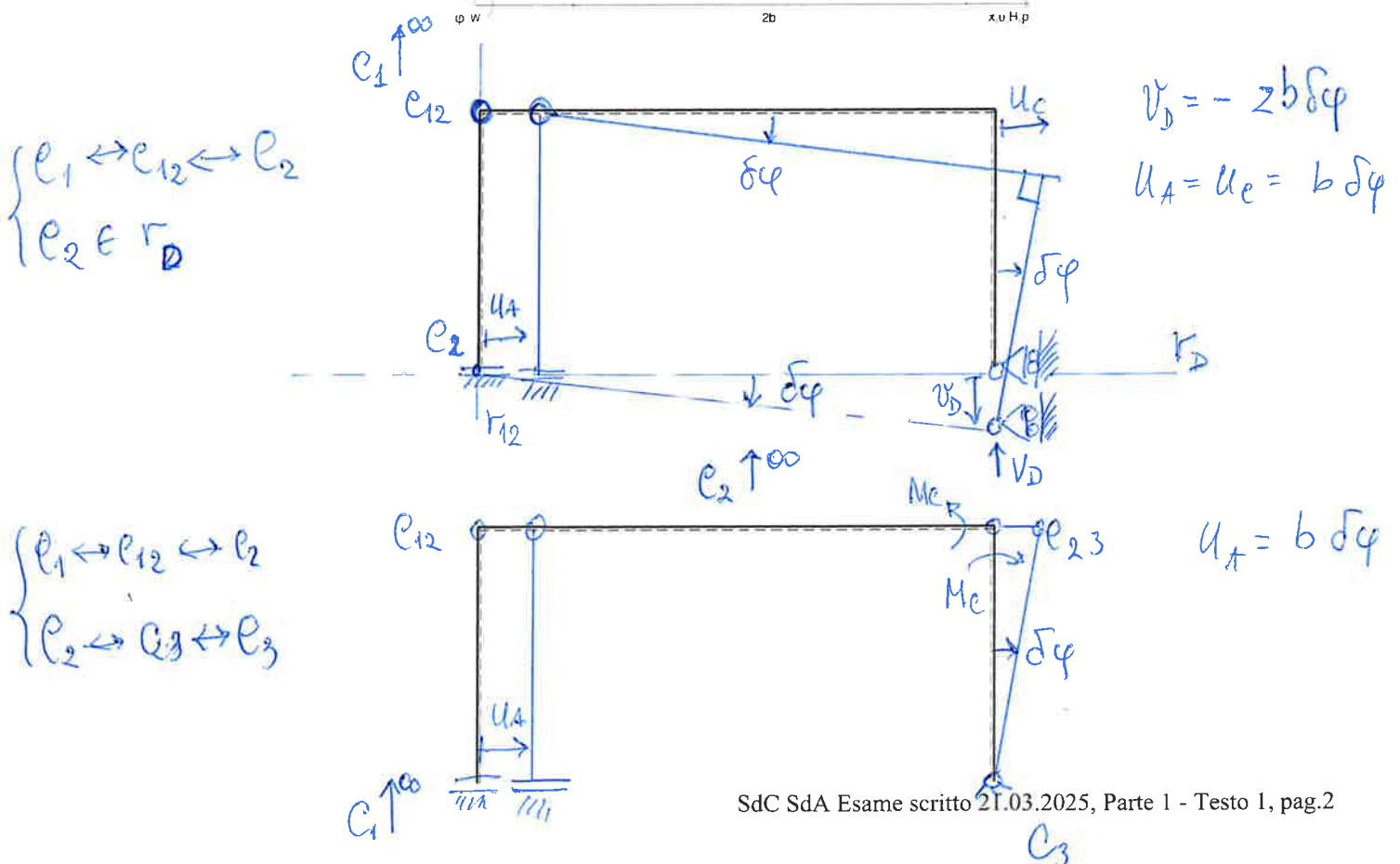
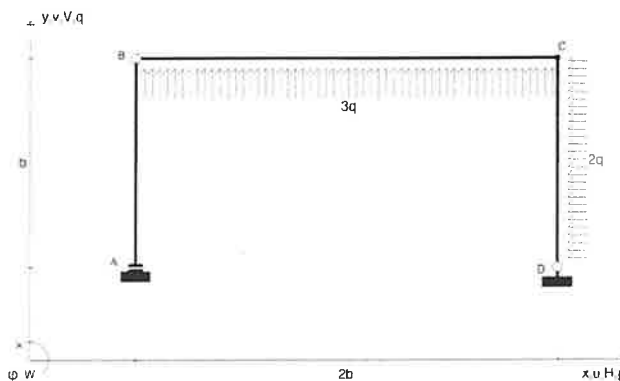
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 21.03.25*003



$$V_D(\uparrow) = -\frac{7}{2} qb; C_1 = (\infty, \infty); C_2 = (0, 0); C_{12} = (0, b);$$

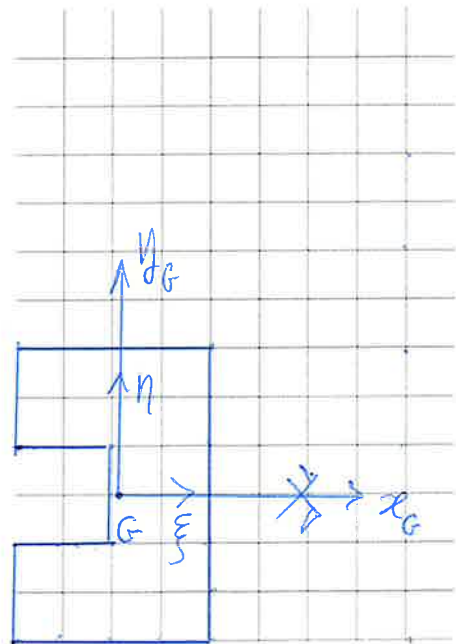
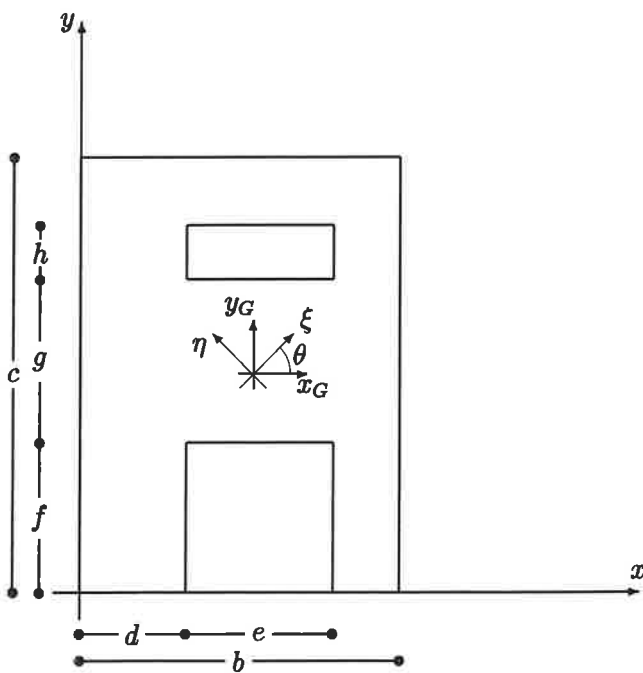
$$u_A = b\delta q; v_D = -2b\delta q;$$

$$M_C(\curvearrowright) = qb^2; u_A = b\delta q; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 0$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



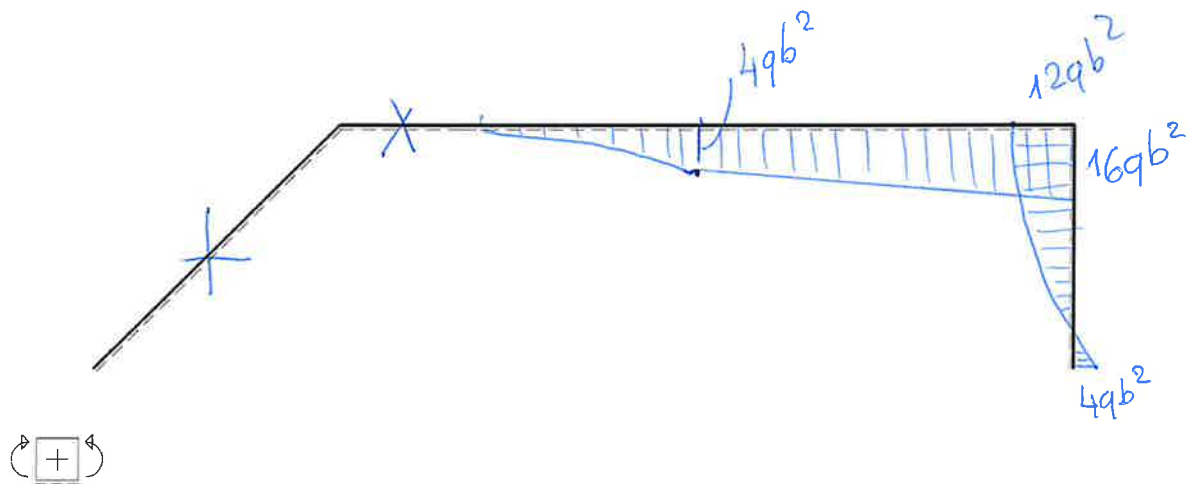
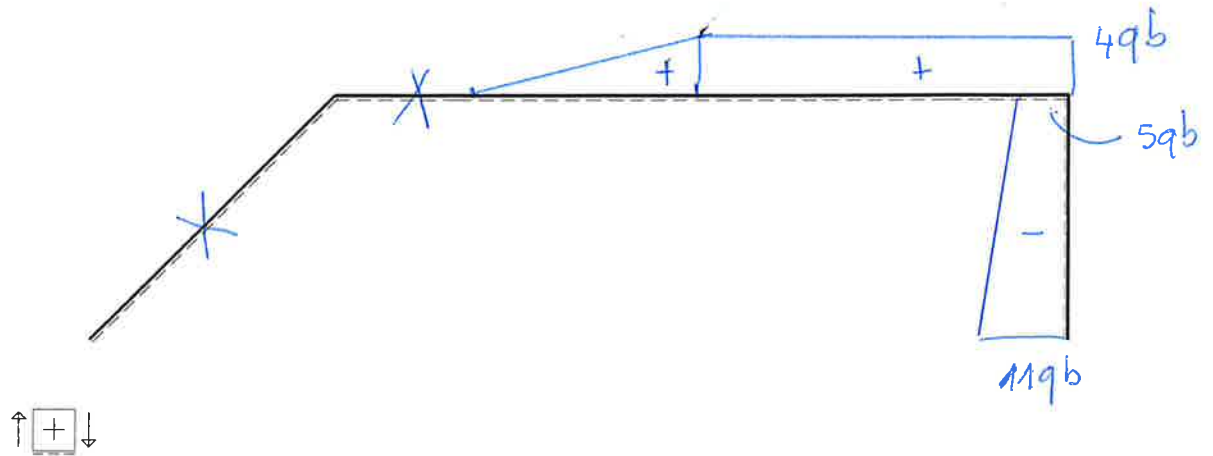
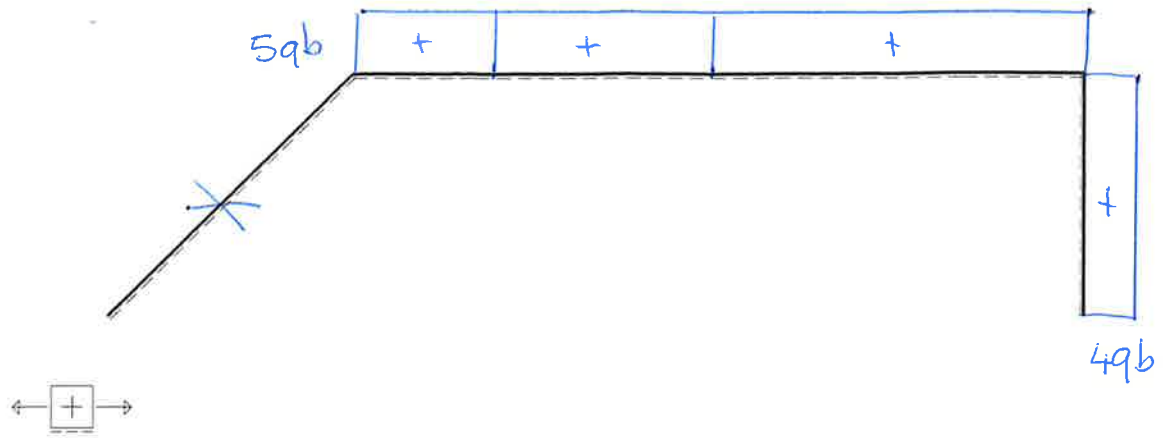
$$S_x = 60a^3; S_y = 44a^3;$$

$$x_G = \frac{11}{5}a = 2.2000a; y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = \frac{212}{3}a^4 = 70.6667a^4; J_{yG} = \frac{388}{15}a^4 = 25.8667a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{212}{3}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{388}{15}a^4;$$



$V_A (\uparrow) = 0$	$M_A (\curvearrowright) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = 11qb$	$V_F (\uparrow) = -4qb$	$M_F (\curvearrowright) = -4qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$		
$N_{BC} = 5qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = 0$		
$N_{CD} = 5qb$	$T_{CD} = 2qx_3$	$M_{CD} = qx_3^2$		
$N_{DE} = 5qb$	$T_{DE} = 4qb$	$M_{DE} = 4qb^2 + 4qb x_4$		
$N_{FE} = 4qb$	$T_{FE} = -11qb + 3qx_5$	$M_{FE} = -4qb^2 + 11qb x_5 - \frac{3}{2}qx_5^2$		

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione verticale V_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto D , v_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

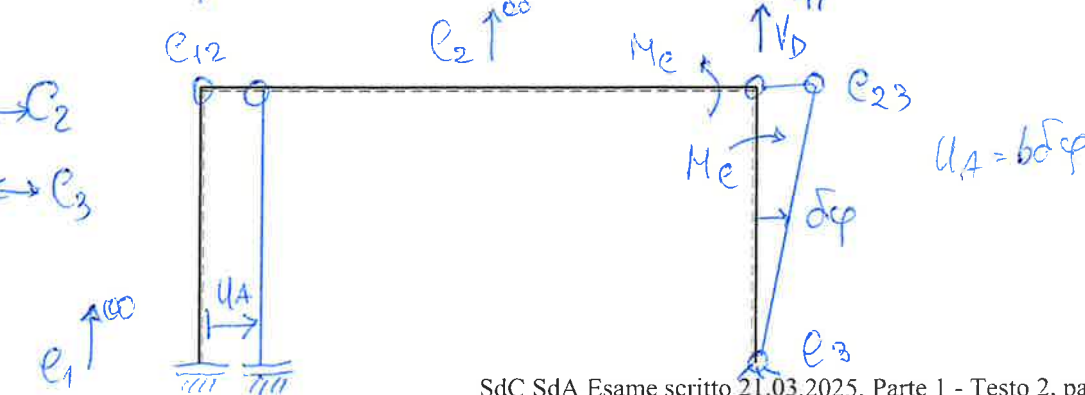
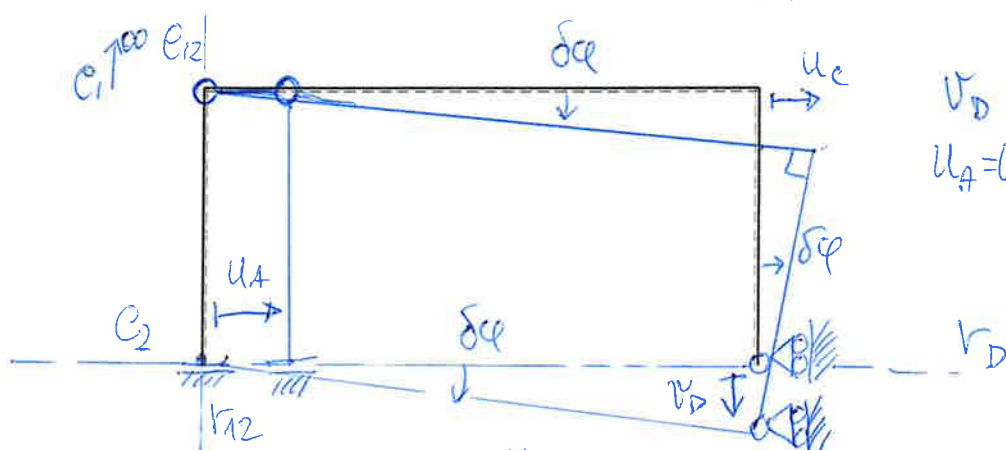
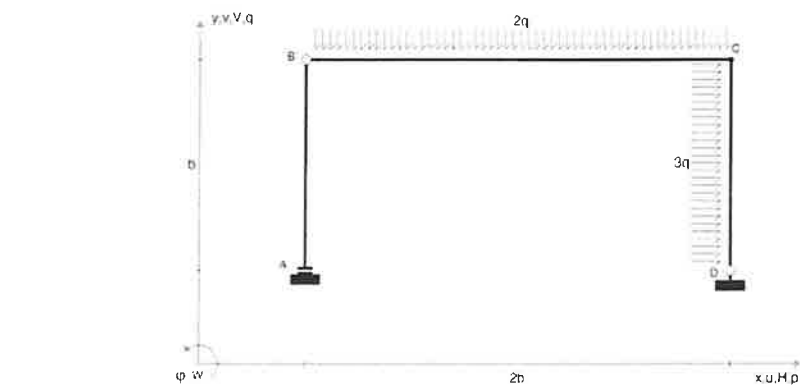
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 21 03 25'004



$$V_D(\uparrow) = \frac{1}{4} qb; \quad C_1 = (\infty, \infty); \quad C_2 = (0, 0); \quad C_{12} = (0, b);$$

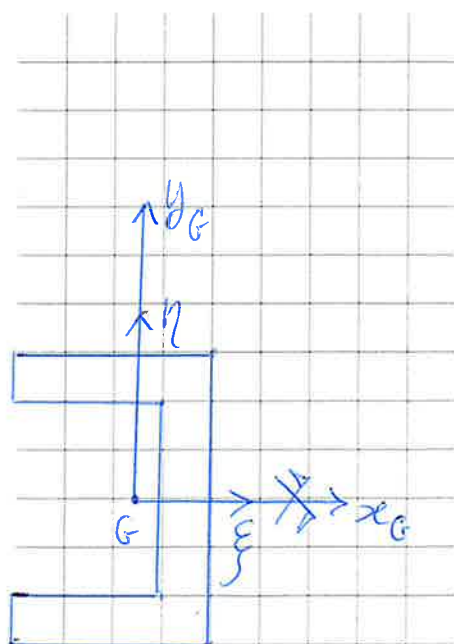
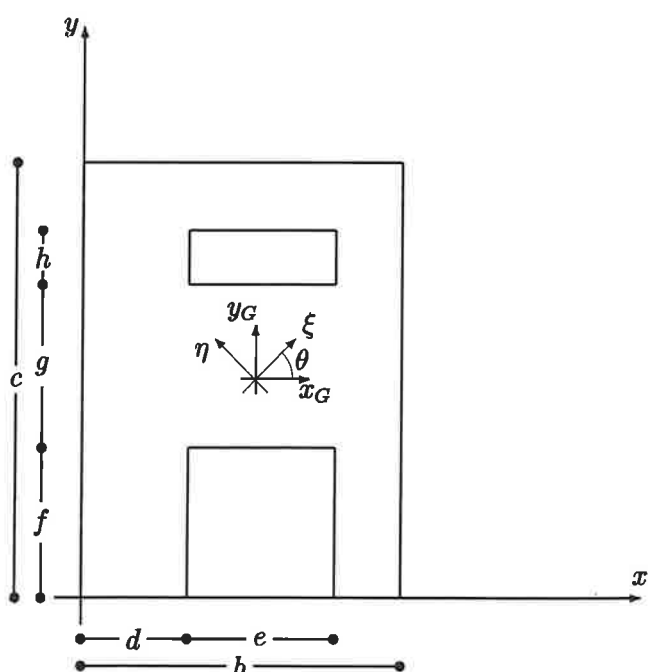
$$u_A = b\delta\varphi; \quad v_D = -2b\delta\varphi;$$

$$M_C(\curvearrowright) = -\frac{3}{2}qb^2; \quad u_A = b\delta\varphi; \quad v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 6a$; $d = 0$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 1a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



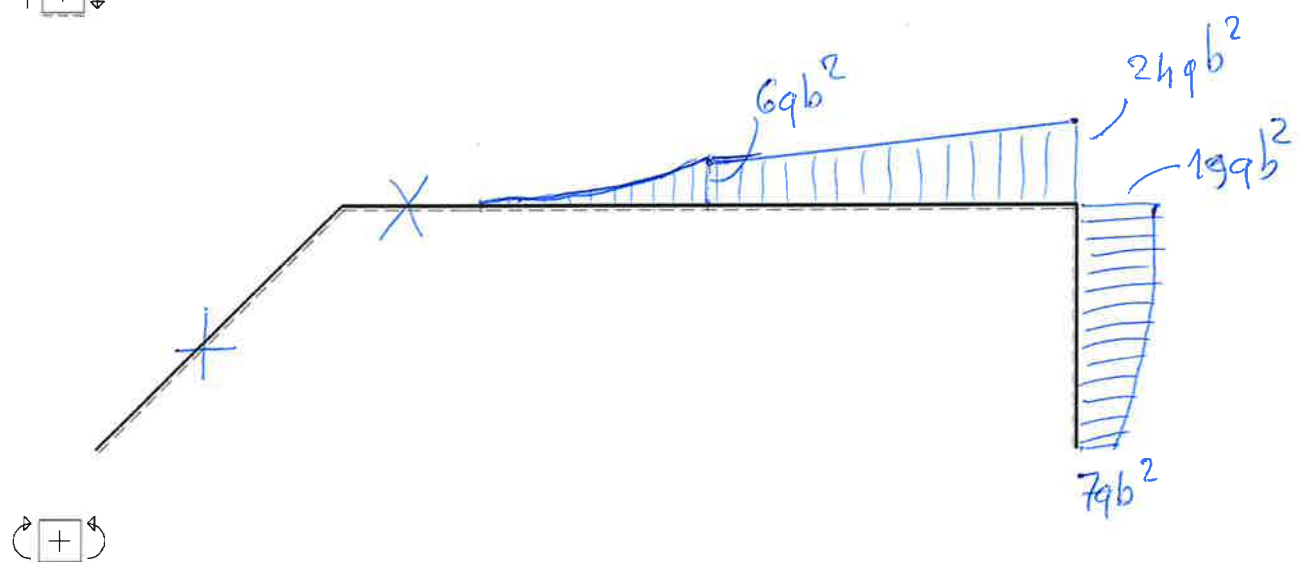
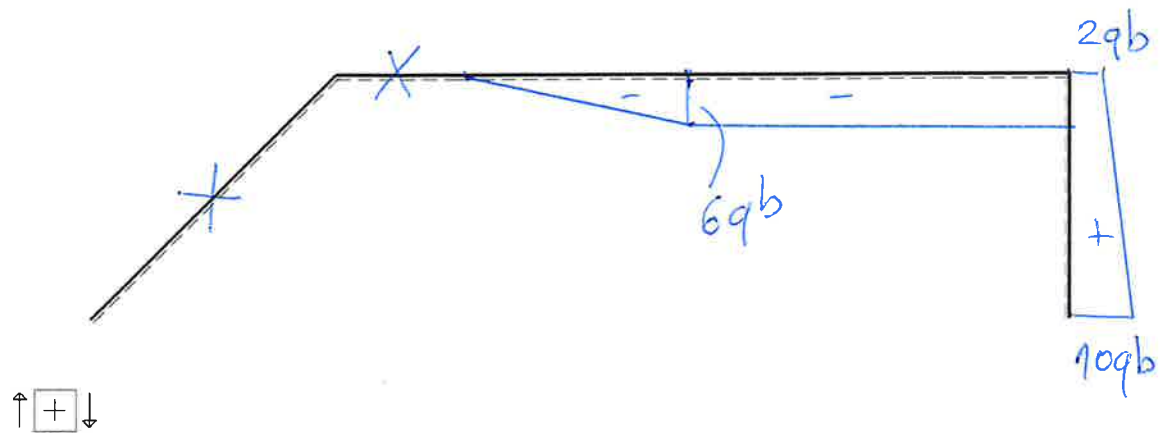
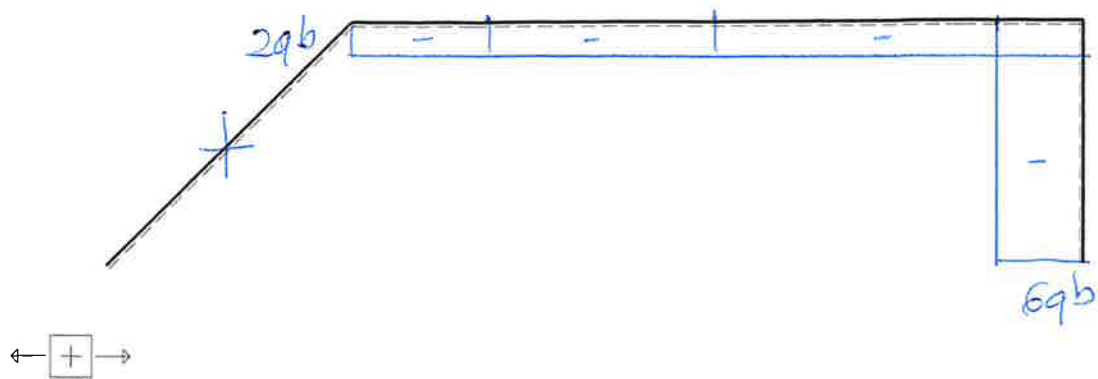
$$S_x = 36a^3; \quad S_y = 30a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2}a = 2.5000a; \quad y_G = 3a;$$

$$J_{xG} = 56a^4; \quad J_{yG} = 17a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \quad \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 56a^4; \quad J_\eta = J_{\min} = 17a^4;$$



$V_A(\uparrow) = 0$	$M_A(\curvearrowright) = 0$	$H_F(\Rightarrow) = -10qb$	$V_F(\uparrow) = 6qb$	$M_F(\curvearrowright) = -7qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$		
$N_{BC} = -2qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = 0$		
$N_{CD} = -2qb$	$T_{CD} = -3qx_3$	$M_{CD} = -\frac{3}{2}qx_3^2$		
$N_{DE} = -2qb$	$T_{DE} = -6qb$	$M_{DE} = -6qb^2 - 6qb x_4$		
$N_{FE} = -6qb$	$T_{FE} = 10qb - 4qx_5$	$M_{FE} = 7qb^2 - 10qb x_5 + 2qx_5^2$		